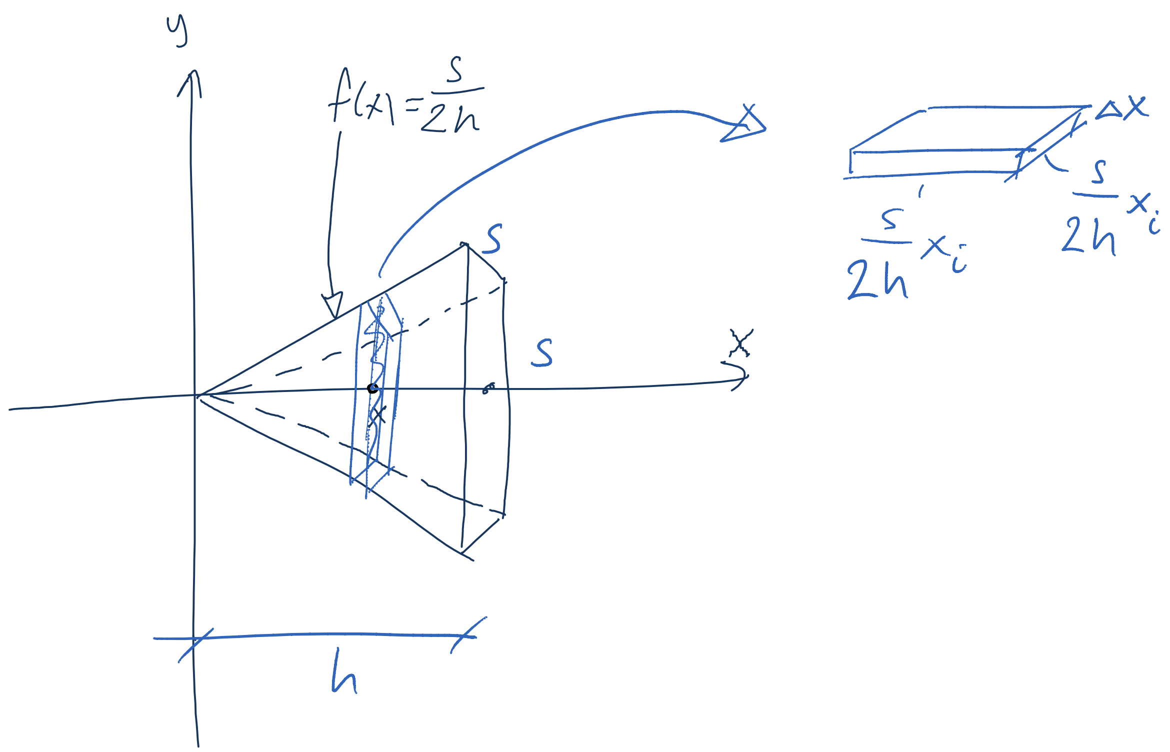
Opt3002

den 22 januari 2013
13:46

För "allmän" pyramid se längre ner.

Volymen av rät pyramid med kvadratisk botten

Pyramiden "liggande" i koord.system:



Volym skiva

$$\Delta V_i = \left(\frac{s}{2h} x_i\right)^2 \cdot \Delta x$$

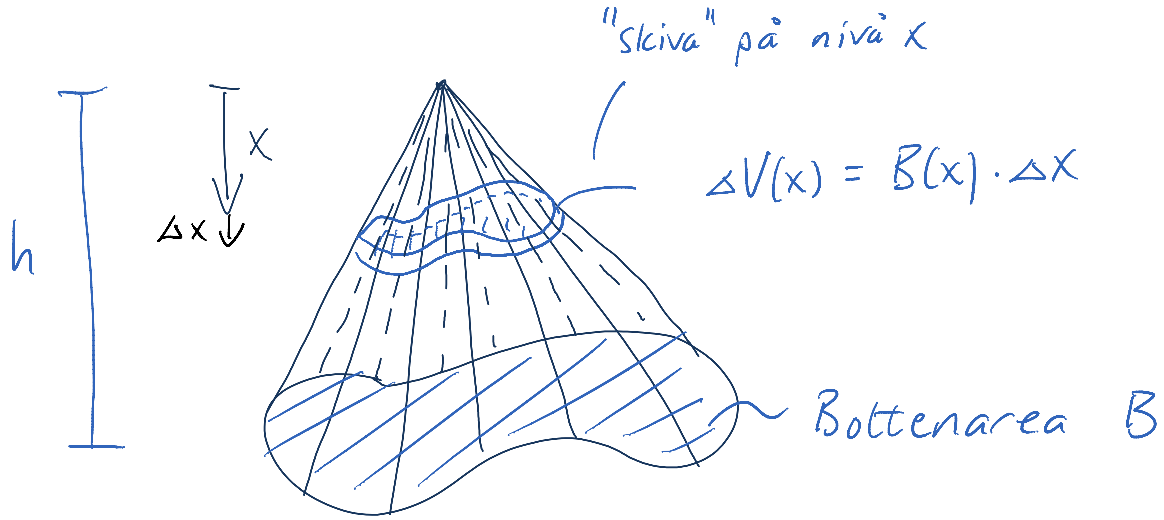
Pyramidens volym

$$V = \int_0^h \left(\frac{s}{h} x\right)^2 dx = \frac{s^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{s^2}{h^2} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h =$$

$$= \frac{s^2}{h^2} \cdot \frac{h^3}{3} = \frac{s^2 h}{3} = \frac{B \cdot h}{3}$$

där $B = s^2$ är basytans area.

Volymen av en "generell pyramid" (uppg 3002)



Toppyramiden är likformig med hela.

Längdskala $\frac{x}{h}$ $\Rightarrow$ areaskala $\left(\frac{x}{h}\right)^2$

Alltså $B(x) = B \cdot \left(\frac{x}{h}\right)^2$

Volym $V = \int_0^h \underbrace{B \cdot \left(\frac{x}{h}\right)^2 dx}_{\text{"}\Delta V(x)\text{"}} = \frac{B}{h^2} \int_0^h x^2 dx =$

$$= \frac{B}{h^2} \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h = \frac{B}{h^2} \cdot \frac{h^3}{3} = \underline{\frac{B \cdot h}{3}}$$

Känns nästan enklare att visa ovanstående i ett allmänt fall än för speciell botten.