Opt1093

den 28 februari 2013
14:44

a) löst "ordentligt"; b), c), d) skissade

a) $z^4 = -1+2i$

$w = -1+2i$ på exp-form (polär form):

$|w| = \sqrt{1^2+2^2} = 5^{1/2}$, $\arg w = \arctan\left(\frac{2}{-1}\right)+\pi \approx 2{,}03$ ger

$w = 5^{1/2}e^{2{,}03i}$

$z = re^{i\theta} \Rightarrow z^4 = r^4e^{i4\theta}$

Om $z^4 = w$ så

$r^4e^{i4\theta} = 5^{1/2}e^{2{,}03i}$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} r^4 = 5^{1/2} \\ 4\theta = 2{,}03 + n2\pi \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$r = 5^{1/8}$

$\theta = 0{,}51 + n \cdot 1{,}57$

$n=0$ ger $z_1 = 5^{1/8}e^{0{,}51i}$

$n=1$ ger $z_2 = 5^{1/8}e^{2{,}08i}$

$n=2$ ger $z_3 = 5^{1/8} e^{3,65i}$

$n=3$ ger $z_4 = 5^{1/8} e^{5,22i}$

$n=5$ ger samma lösning som $n=0$.

b) $z^3 + i = 0 \Leftrightarrow z^3 = -i$ och sen som i a.

c) $z^{-5} = 32 \Leftrightarrow z^5 = \frac{1}{32}$ ——— " ———

d) $\frac{1}{(z+1)^3} = -i \Leftrightarrow (z+1)^3 = \frac{1}{-i} = i$

Sätt $w = z+1$ och lös $w^3 = i$ först.

Använd sedan $z = w-1$ för att finna z.