

a)

$$u+v+w=0 \Rightarrow u \times v = v \times w = w \times u$$

Räcker visa $u \times v = v \times w$ (sen "symmetriskt" arg.)

$$u \times v = v \times w \Leftrightarrow u \times v - v \times w = 0 \Leftrightarrow u \times v + w \times v = 0$$

$$\Leftrightarrow (u+w) \times v = 0 \quad \text{— ska visa detta!}$$

Men $u+w = -v$ enligt förutsättningen så

$$(u+w) \times v = (-v) \times v = -v \times v = 0.$$

b) Vi visar

$$\frac{|u|}{\sin \alpha} = \frac{|v|}{\sin \beta}$$

Man önskar kryssprodukter. "Sagt och gjort":

$$\frac{|u|}{\sin \alpha} = \frac{|v|}{\sin \beta} \Leftrightarrow |u| \cdot \sin \beta = |v| \cdot \sin \alpha \Leftrightarrow$$

för lång med $|w|$

$$\Leftrightarrow |w| \cdot |u| \cdot \sin \beta = |w| \cdot |v| \cdot \sin \alpha \quad \text{— ska visas}$$

Observera att $\pi - \beta$ är vinkeln mellan u

och w och att $\sin(\pi - \beta) = \sin \beta$ så

$$|w| \cdot |u| \cdot \sin \beta = |u \times w|$$

På samma sätt

$$|w| \cdot |v| \cdot \sin \alpha = |v \times w|$$

Som $w \times u = v \times w$ så $|u \times w| = |v \times w|$. Klart.