5.15

den 23 januari 2011

10:25

Välj $\hat{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)$

$\hat{e}_2$ parallell med planet $\Pi: x_1+x_2+x_3=0$ med normal $(1,1,1)$. Alltså är $\hat{e}_2$ vinkelrät mot $\hat{e}_1$ och $(1,1,1)$. Vi bestämmer en sådan riktning

$$(1,1,-1)\times(1,1,1) = (2,-2,0) \parallel (1,-1,0)$$

Tag $\hat{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1,0)$ (faktorn $\frac{1}{\sqrt{2}}$ "fixar" längden till 1)

För $\hat{e}_3$ har vi nu inget val utan måste välja $\hat{e}_3$ som $\hat{e}_1 \times \hat{e}_2$, dvs

$$\hat{e}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1,0) = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,-1,-2)$$

Anm: Teckenskifte på två av basvektorerna ger också korrekt svar.

Planet $\pi: x_1 + x_2 + x_3 = 0$ har normal

$(1,1,1)$ i ursprungsbasen. Vi uttrycker

den i vår nya ON-bas. Eftersom

$\hat{e}_2$ vinkelrät mot $(1,1,1)$ är koefficenten

framför $\hat{e}_2$ noll. Vi bestämmer de två

andra

$$\lambda_1 = (1,1,1) \cdot e_1 = (1,1,1) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\lambda_2 = (1,1,1) \cdot e_3 = (1,1,1) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,-1,-2) = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot (-4)$$

$$= -\frac{4}{\sqrt{6}}$$

så normalen i vår nya bas i $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$

och planets ekv.

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{x}_1 - \frac{4}{\sqrt{6}}\hat{x}_3 = 0.$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\hat{x}_1 - \frac{\sqrt{3} \cdot 4}{\sqrt{6}}\hat{x}_3 = 0$$

$$\Leftarrow$$

$$\hat{x}_1 - 2\sqrt{2}\,\hat{x}_3 = 0$$

Obs: Sambandet att $n = (a, b, c)$ är normal till planet $\pi: ax + by + cz + d = 0$ fungerar i ON-baser (men inte annars)