4.9

den 17 oktober 2010
10:34

a)

e_1', e_2', e_3' är en ON-bas om

$$e_1' \cdot e_2' = e_1' \cdot e_3' = e_2' \cdot e' = 0$$

och

$$e_1' \cdot e_1' = e_2' \cdot e_2' = e_3' \cdot e_3' = 1$$

$$(\text{dvs } |e_1| = |e_2| = |e_3|).$$

—

Vi undersöker

$$e_1' \cdot e_2' = \frac{1}{3}(1, 2, -2) \cdot \frac{1}{3}(2, 1, 2) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}(1, 2, -2) \cdot (2, 1, 2) =$$

$$= \frac{1}{9}(2 + 2 - 4) = 0$$

osv ...

$$e_1' \cdot e_1' = \frac{1}{3}(1, 2, -2) \cdot \frac{1}{3}(1, 2, -2)$$

$$= \frac{1}{9}(1 + 4 + 4) = 1$$

osv

koord i ny bas

b) Vi söker alltså x_1', x_2', x_3' så att

$$x_1' e_1' + x_2' e_2' + x_3' e_3' = 1 \cdot e_1 - 1 \cdot e_2 + 2 \cdot e_3 = u$$

Observera att

$$u \cdot e_1' = (x_1' e_1' + x_2' e_2' + x_3' e_3') \cdot e_1' =$$

$$= x_1' \underbrace{e_1' \cdot e_1'}_{=1} + x_2' \underbrace{e_2' \cdot e_1'}_{=0} + x_3' \underbrace{e_3' \cdot e_1'}_{=0} =$$

$$= x_1$$

och i allmänhet $u \cdot e_i' = x_i'$

Alltså

$$x_1' = u \cdot e_1' = (1, -1, 2) \cdot \frac{1}{3}(1, 2, -2) =$$

$$= \frac{1}{3}(1 - 2 - 4) = -\frac{5}{3}$$

osv

b) På samma sätt som i a)

$$x_1' = u \cdot e_1' = (\underbrace{x_1, x_2, x_3}_{\text{ursprungskoord}}) \cdot \frac{1}{3}(1, 2, -2) =$$

$$= \frac{1}{3}(x_1 + 2x_2 - 2x_3)$$

osv