2073

den 13 april 2011

23:16

a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$

(onödigt att lösa ut y eftersom y^2 är allt som behövs)

Skärning med x-axel då $y=0$ ger

$\frac{x^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow x = \pm a$

så

Man inser att $-a \to 0$ ger samma bidrag som $0 \to a$.

$$V = \pi\int_{-a}^{a} y^2 dx = \underline{\underline{2}}\pi\int_{0}^{a}\left(b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2\right)dx =$$

$$= 2\pi\left[b^2x - \frac{b^2}{3a^2}x^3\right]_0^a =$$

$$= 2\pi\left(b^2a - \frac{b^2}{3a^2}a^3\right) = 2\pi\left(b^2a - \frac{b^2a}{3}\right) =$$

$$= \underline{\frac{4\pi ab^2}{3}} \quad \text{(v.e.)}$$

$$= \frac{4\pi a b^2}{3} \quad (\text{v.e})$$

(ser bra ut; om $a=b$ får vi t.ex.
volymen av ett klot med $r=a=b$)

b) Av symmetriskäl måste vi få

$$V = \frac{4\pi a b^2}{3}$$

Tycker man detta känns som ett
obehagligt argument får man räkna
på!