

Vi "vecklar ut" $(\cos v + i \sin v)^4$ på två sätt

1) Hopmultiplikation av 4 faktorer (kortfattat)

$$\begin{aligned}
 (\cos v + i \sin v)^4 &= \cos^4 v + 4i \cos^3 v \sin v - 6 \cos^2 v \sin^2 v - \\
 &\quad - 4i \cos v \sin^3 v + \sin^4 v \quad \begin{array}{l} \text{samlas ihop Re och Im} \\ \downarrow \end{array} \\
 &= \underbrace{\cos^4 v - 6 \cos^2 v \sin^2 v + \sin^4 v}_{\text{Re}} + i \underbrace{(4 \cos^3 v \sin v - 4 \cos v \sin^3 v)}_{\text{Im}}
 \end{aligned}$$

2) De Moivre

$$(\cos v + i \sin v)^4 = \underbrace{\cos 4v}_{\text{Re}} + i \underbrace{\sin 4v}_{\text{Im}}$$

Identifierar vi real- och imaginärdel fås

$$\cos 4v = \cos^4 v - 6 \cos^2 v \sin^2 v + \sin^4 v$$

$$\sin 4v = 4 \cos^3 v \sin v - 4 \cos v \sin^3 v$$