

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

$$\text{Kar. ekv. } r^2 + 2r + 5 = 0 \Leftrightarrow r = -1 \pm \sqrt{1-5} = -1 \pm 2i$$

$$\text{Allmän lösning: } y = e^{-x} (C \cos 2x + D \sin 2x)$$

$$y' = -e^{-x} (C \cos 2x + D \sin 2x) + e^{-x} (-2C \sin 2x + 2D \cos 2x) = e^{-x} ((-C+2D) \cos 2x + (-2C-D) \sin 2x)$$

$$\text{Vet: } y(0) = 3 \text{ och } y'(0) = 1 \text{ så}$$

$$\begin{cases} y(0) = 3 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 3 \\ -C + 2D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 3 \\ D = 2 \end{cases}$$

$$\text{Alltså: } y = e^{-x} (3 \cos 2x + 2 \sin 2x)$$