

$$y = e^{-ax^2} \Rightarrow y' = -2ax e^{-ax^2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y'' &= -2ae^{-ax^2} + 4a^2x^2 e^{-ax^2} \\ &= (-2a + 4a^2x^2) e^{-ax^2} \end{aligned}$$

Insättning ger

$$\begin{aligned} y'' + xy' + y &= (-2a + 4a^2x^2) e^{-ax^2} + x(-2ax e^{-ax^2}) + \\ &+ e^{-ax^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\stackrel{>0}{=} e^{-ax^2} (-2a + 4a^2x^2 - 2x^2a + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$-2a + 4a^2x^2 - 2x^2a + 1 = 0$$

\Leftrightarrow

$$(4a^2 - 2a)x^2 + 1 - 2a = 0$$

Detta ska gälla för alla x så

$$\begin{cases} 4a^2 - 2a = 0 \\ 1 - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$