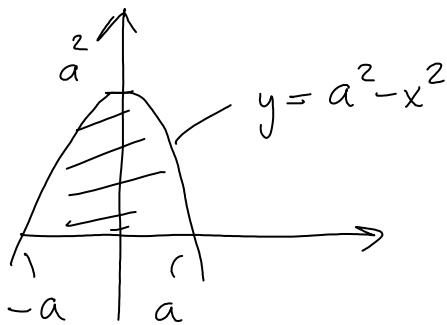


Skiss av område



Skärning med x-axeln:

$$a^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm a$$

Rotation runt x-axeln:

$$V_x = \pi \int_{-a}^a (a^2 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-a}^a (a^4 - 2a^2x^2 + x^4) dx =$$

$$= \pi \left[a^4x - \frac{2a^2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right]_{-a}^a =$$

$$= 2\pi \left(a^5 - \frac{2a^5}{3} + \frac{a^5}{5} \right) = 2\pi a^5 \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) =$$

"två lika delar"

$$= 2\pi a^5 \cdot \frac{8}{15} = \frac{16}{15} \pi a^5$$

$$V_y: \text{ Lös ut } x^2 \text{ i } y = a^2 - x^2; \quad x^2 = a^2 - y$$

(observera att det är x^2 och inte enbart x som behövs i "V_y-formeln")

$$V_y = \pi \int_0^{a^2} x(y)^2 dy = \pi \int_0^{a^2} (a^2 - y) dy =$$

$$= \pi \int_0^{a^2} (a^2 - y) dy = \pi \left(a^4 - \frac{a^4}{2} \right) = \frac{\pi}{2} a^4$$

$$= \pi \left[a^2 y - \frac{y^2}{2} \right]_0^a = \pi \left(a^4 - \frac{a^4}{2} \right) = \frac{\pi}{2} a^4$$

$$V_x = V_y \Rightarrow \frac{16}{15} \pi a^5 = \frac{\pi}{2} a^4$$

$$\Leftrightarrow (a > 0)$$

$$\frac{16}{15} a = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$a = \frac{15}{32}$$

✓