2130

den 24 januari 2010
13:12

Visa att $\underbrace{\frac{dP}{dt}}_{VL} = \overbrace{P(1000-P)}^{HL}$ om

$P = \frac{1000}{1+C\cdot e^{-1000t}}$ där $C$ är en konstant

Lsg) Observera att $P$ alltså är en funktion av $t$ dvs $P = P(t)$ och att $\frac{dP}{dt} = P'(t)$

Vi visar att $VL = HL$:

$$VL = P'(t) = \underbrace{-\frac{1000}{(1+Ce^{-1000t})^2}}_{\text{yttre derivata}} \cdot \underbrace{\left(-1000\cdot Ce^{-1000t}\right)}_{\text{inre derivata}} =$$

$$= \frac{1000^2\cdot Ce^{-1000t}}{(1+Ce^{-1000t})^2}$$

$$HL = \underbrace{\frac{1000}{1+Ce^{-1000t}}}_{P} \cdot \underbrace{\left(1000 - \frac{1000}{1+Ce^{-1000t}}\right)}_{1000-P} =$$

$$= 1000^2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{1+Ce^{-1000t}}}{1+Ce^{-1000t}} =$$

förläng med $(1+Ce^{-1000t})$

$$= 1000^2 \cdot \frac{1+Ce^{-1000t} - 1}{}$$

$$= 1000 \cdot \frac{\quad}{\left(1 + Ce^{-1000t}\right)^2} =$$

$$= 1000^2 \cdot \frac{Ce^{-1000t}}{\left(1 + Ce^{-1000t}\right)^2} = VL$$