2128

den 24 januari 2010
12:58

Visa att den centrala differenskvoten

$$\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

är lika med $f'(x)$ för alla polynom av andra graden.

Lsg] Låt $f(x)$ vara ett godtyckligt andragradspolynom, dvs

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Då får vi

- $f(x+h)-f(x-h) = a(x+h)^2+b(x+h)+$

$+c - a(x-h)^2 - b(x-h) - c =$

$= \cancel{ax^2}+2axh+\cancel{ah^2}+\cancel{bx}+bh+\cancel{c}-$

$-\cancel{ax^2}+2axh-\cancel{ah^2}-\cancel{bx}+bh-\cancel{c}$

$= 4axh+2bh = 2h(2ax+b)$

Alltså

$$\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} = \frac{2h(2ax+b)}{2h} =$$

$= 2ax+b$

Men vi får också

- $f'(x) = 2ax + b$

genom att helt enkelt
derivera $f(x) = ax^2 + bx + c$