1512

den 18 april 2010

10:58

$$z^2 + (4-2i)z - 8i = 0$$

pq-formel ger

$$z = -(2-i) \pm \sqrt{(2-i)^2 + 8i} = 2-i \pm \sqrt{3+4i}$$

(Egentligen inte så snyggt med $\sqrt{3+4i}$)

Vad menas rimligen med $\sqrt{3+4i}$? Jo

om $w = \sqrt{3+4i}$ så $w^2 = 3+4i$

Vi behöver alltså lösa

$$w^2 = 3+4i$$

Sätt $w = a+bi$, då

$$w^2 = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi = 3+4i$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases}$$

Rad 2 ger $b = \frac{2}{a}$. Insatt i rad 1 ger

$$a^2 - \frac{4}{a^2} = 3 \iff (a^2)^2 - 4 = 3a^2$$

$a^2 = t$ ger $t^2 - 3t - 4 = 0$

$$\iff$$

$$t = -1 \ , \ t = 4$$

$a^2 = -1$ orimligt (a reellt)

$a^2 = 4 \iff a = \pm 2$

$a = 2$ ger $b = 1$ och $w = 2 + i$

$a = -2$ ger $b = -1$ och $w = -2 - i$

Alltså $\pm\sqrt{3+4i} = \pm(2+i)$ och

$$z = -(2-i) \pm (2+i) \Rightarrow z_1 = -4 \ , \ z_2 = 2i$$