

Vi vet att (per definition):

$$e^{iv} = \cos v + i \sin v \quad (\text{för alla } v)$$

Då gäller också

$$e^{-iv} = \cos(-v) + i \sin(-v) = \cos v - i \sin v$$

Alltså

$$\frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2} = \frac{\cos v + i \sin v + \cos v - i \sin v}{2} = \cos v$$

och

$$\begin{aligned} \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i} &= \frac{\cos v + i \sin v - (\cos v - i \sin v)}{2i} = \\ &= \frac{2i \sin v}{2i} = \sin v. \end{aligned}$$