

Vi "vecklar ut" $(\cos v + i \sin v)^n$ på två sätt

1) de Moivre: $(\cos v + i \sin v)^3 = \cos 3v + i \sin 3v$

2) hopmultiplikation av tre parenteser

$$\begin{aligned} (\cos v + i \sin v)^3 &= \cos^3 v + 3i \cos^2 v \sin v - \\ &\quad - 3 \cos v \sin^2 v - i \sin^3 v \end{aligned}$$

Identifiera real och imaginär delar:

$$\begin{aligned} \cos 3v &= \cos^3 v - 3 \cos v \sin^2 v = \\ &= \cos^3 v - 3 \cos v \overset{\uparrow \text{ trig. ettan}}{(1 - \cos^2 v)} = \\ &= 4 \cos^3 v - 3 \cos v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 3v &= 3 \cos^2 v \sin v - \sin^3 v = \\ &= 3 \overset{\uparrow \text{ trig. ettan}}{(1 - \sin^2 v)} \sin v - \sin^3 v = \\ &= 3 \sin v - 4 \sin^3 v \end{aligned}$$