

$$z = a + bi$$

$$\begin{aligned} a) \quad z^2 + \bar{z}^2 &= (a+bi)^2 + (a-bi)^2 = a^2 + 2abi - b^2 + \\ &+ a^2 - 2abi - b^2 = \underbrace{2a^2 - 2b^2}_{\text{reellt}} \end{aligned}$$

$$b) \quad z^2 = \bar{z}^2$$

\Leftrightarrow

$$z^2 - \bar{z}^2 = 0$$

\Leftrightarrow konjugatregeln "baklänges"

$$(z + \bar{z})(z - \bar{z}) = 0$$

Minst en av faktorerna måste vara noll.

$$1) \quad z + \bar{z} = 0 \Rightarrow a + bi + a - bi = 2a = 0$$

$$\Rightarrow a = 0$$

så $z = bi$ rent imaginärt

$$2) \quad z - \bar{z} = 0 \Rightarrow a + bi - a - bi = 2bi = 0$$

$$\Rightarrow b = 0$$

så $z = a$ reellt.