

Standardproblem, fast med besvärlig funktion

$$y(x) = x^{1/x}$$

Standardknep om man har variabel i både bas och exponent; skriv om med ln!

$$x^{1/x} = e^{\ln x^{1/x}} = e^{\frac{1}{x} \cdot \ln x} = e^{\frac{\ln x}{x}}$$

Det ser onsdigt ut men observera att vi inte längre har variabeln i bas. Detta

kan vi derivera. Alltså

$$D(x^{1/x}) = D\left(\underbrace{e^{\frac{\ln x}{x}}}_{\text{ytre}}\right) = e^{\frac{\ln x}{x}} \cdot D\left(\frac{\ln x}{x}\right) =$$

$$\underbrace{x^{1/x}}_{\text{ytre}} \left(\frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} \right) = x^{1/x} \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

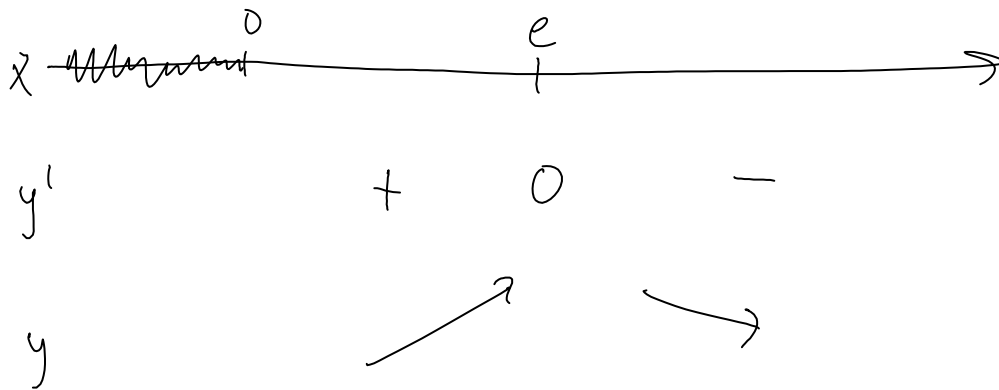
$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \ln x = 0 \quad (\text{obs att } x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$e)$$

$$x = e$$

Tecken studie



Alltså finns \max då $x = e$. Värdet blir

$$y(e) = e^{1/e} \approx 1,44$$