D4000.3434

den 12 november 2011
18:10

a)
Vi ser att $y=-x+2$ är överst i område A och $y=4-x^2$ är överst i område B.

Alltså delar vi upp i två integraler och beräknar areorna A och B var för sig.

För att teckna integralerna måste vi veta deras gränser. Tydligen växlar vi från A till B då kurvorna skär. Vi tar reda på var detta inträffar:

$$-x+2=4-x^2$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x^2-x-2=0$$

$$x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{1}{2}\pm\frac{3}{2}$$

8/4

$$x_1=-1\ ,\ x_2=2$$

Alltså

$$\underline{A} = \int_{-2}^{-1} \Big(\overset{\text{övre}}{(-x+2)} - \overset{\text{undre}}{(4-x^2)}\Big)\,dx = \int_{-2}^{-1} (-x-2+x^2)\,dx =$$

$$= \left[-\frac{x^2}{2} - 2x + \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{-1} =$$

$$= \left(-\frac{(-1)^2}{2} - 2\cdot(-1) + \frac{(-1)^3}{3}\right) - \left(-\frac{(-2)^2}{2} - 2\cdot(-2) + \frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} + 2 - 4 + \frac{8}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{7}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{14}{6} =$$

$$= \underline{\frac{11}{6}}$$

$$\underline{B} = \int_{-1}^{2} \Big(\overset{\text{övre}}{(4-x^2)} - \overset{\text{undre}}{(-x+2)}\Big)\,dx = \int_{-1}^{2} (2-x^2+x)\,dx =$$

$$= \left[2x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{2} =$$

$$= \left(2\cdot 2 - \frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2}\right) - \left(2\cdot(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2}\right) =$$

$$= 4 - \frac{8}{3} + 2 + 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 8 - \frac{9}{3} - \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2} = \underline{\frac{9}{2}}$$

$$A + B = \frac{17}{6} + \frac{9}{2} = \frac{17}{6} + \frac{27}{6} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

b) På motsvarande sätt:

Kurvornas skärning: $x^2 = x^2 - 4x + 4$

$$\Leftrightarrow$$

$$4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x = 1$$

Enligt figur fås

$$\underline{A} = \int_2^3 \left(x^2 - (x^2 - 4x + 4)\right) dx = \int_2^3 \left(4x - 4\right) dx =$$

$$= \left[2x^2 - 4x\right]_2^3 = \left(2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3\right) - \left(2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2\right) =$$

$$= 18 - 12 - 8 + 8 = \underline{6}$$

$$\underline{B} = \int_0^1 (x^2 - 4x + 4 - x^2)\,dx = \int_0^1 (-4x + 4)\,dx =$$

$$= \left[-2x^2 + 4x\right]_0^1 = (-2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1) - (-2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0) =$$

$$= \underline{2}$$

$$A + B = 8$$