

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Vi fixar bort  $\tan x$  i vänsterledet och snyggar till.

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x}} =$$

$$= \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Vi behöver nu visa att

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$\Leftrightarrow$

$$(1 - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$$

$\Leftrightarrow$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$\Leftrightarrow$

$$\sin^2 x = \sin^2 x \quad ! \quad (\text{ok!})$$

---

Logiken är nu egentligen "nedifrån och upp"

$$\sin^2 x = \sin^2 x \quad (\text{uppenbart sant})$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Men vi vet att

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x}$$

så sammantaget har vi att

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \quad !$$

---