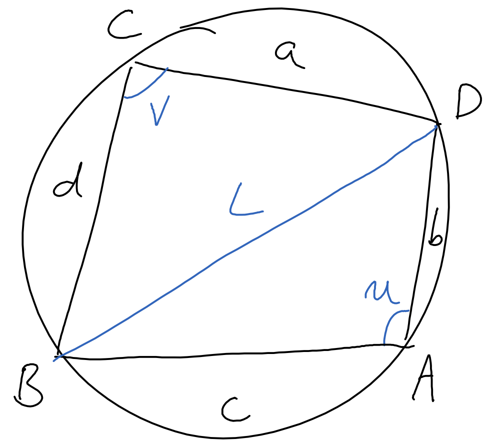
D4000.1278

den 8 september 2011
14:53

Principskiss:



Vi satsar på cosinussatsen och skriver upp L^2 på två sätt.

$$\begin{cases} L^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cos v \\ L^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos u \end{cases} \quad (*)$$

Den likheten kan skrivas

$$\underbrace{L^2 \cdot (bc+ad)}_{bcL^2 + adL^2} = (ab+cd)(ac+bd)$$

Vi fixar till så $(*)$ blir som vi önskar

$$\begin{cases} bcL^2 = a^2bc + d^2bc - 2abcd\cos v \end{cases}$$

$$\begin{cases} bcL^2 = a^2bc + d^2bc - 2abcd\cos v \\ adL^2 = b^2ad + c^2ad - 2abcd\underbrace{\cos u}_{-\cos v} \end{cases}$$

Summera dessa rader och observera att $u = 180 - v$ (fyrhörningen är ju inskriven i en cirkel) så

$$\cos u = \cos(180 - v) = -\cos v.$$

Då fås:

$$bcL^2 + adL^2 = a^2bc + d^2bc + b^2ad + c^2ad$$

$$\Leftrightarrow$$

$$L^2(bc + ad) = \underbrace{a^2bc + d^2bc + b^2ad + c^2ad}_{HL}$$

Nu hoppas vi att HL är lika med

$$(ab + cd)\cdot(ac + bd)$$

jfr samma

Enklast att multiplicera ihop

$$(ab+cd)\cdot(ac+bd) = a^2bc + ab^2d + ac^2d + bcd^2$$

$$(ab+cd)\cdot(ac+bd) = a^2bc + ab^2d + ac^2d + bcd^2$$

ok!