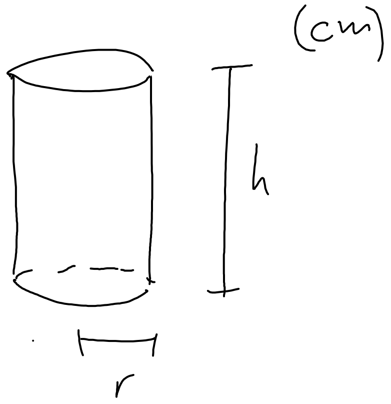
3246

den 2 februari 2011
10:38



$V = \pi r^2 h = 1000$

Vi tecknar arean (materialåtgången). Det inkluderar mantelytan plus två cirklar (lock och botten). Alltså

$A = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$

A ska minimeras och vi vill först teckna A som funktion av en variabel.

Vi vet att $V = \pi r^2 h = 1000$

$\Leftrightarrow$

$h = \dfrac{1000}{\pi r^2}$ (h enklast att lösa ut)

Ersätt h med $\dfrac{1000}{\pi r^2}$ i A:s formel

$A(r) = 2\pi r \cdot \dfrac{1000}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \dfrac{2000}{r} + 2\pi r^2$

Definitionsmängd: $0 < r$ (ingen övre gräns finns, man kan ju göra hur "platta" burkar som helst med given volym)

$$A'(r) = -\frac{2000}{r^2} + 4\pi r$$

$$A'(r) = 0 \iff -\frac{2000}{r^2} + 4\pi r = 0$$

$$\iff$$

$$-2000 + 4\pi r^3 = 0$$

$$\iff r^3 = \frac{2000}{4\pi} = \frac{500}{\pi}$$

$$\iff r = \left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3} \approx 5{,}42$$

Teckenstudie

ointressant

r	0		5,42	
A'		$-$	0	$+$

A'	$-$	0	$+$
A	$\searrow$		$\nearrow$

A som minst då $r = \left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3}$ och

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi\left[\left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3}\right]^2} = \frac{2\cdot\frac{500}{\pi}}{\left(\frac{500}{\pi}\right)^{2/3}} =$$

$$= 2\cdot\left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3} = 2\cdot r = d$$

<u>Svar:</u> $h = d = 2r = 2\cdot\left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3}$

Anm: $2\cdot\left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3} = 8^{1/3}\cdot\left(\frac{500}{\pi}\right)^{1/3} =$

$$= \left(8\cdot\frac{500}{\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{4000}{\pi}\right)^{1/3}$$

om det känns bättre.