3245

den 2 februari 2011

10:31

Alt 1: Derivata!

Vi bestämmer minsta värdet till

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \quad \text{då} \quad x > 0$$

och hoppas att det blir minst 2. I så fall följer ju att $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \iff 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \iff x^2 = 1 \iff x = \pm 1$$

Teckenstudie

ointressant

x	0		1	
f'		$-$	0	$+$

$f \qquad \searrow \qquad \nearrow$

$$f(1) = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

Alltså är $f(x)$:s minsta värde 2. Klart!

Alt 2: Fiffig kvadratkomplettering

$$\underbrace{x + \frac{1}{x} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 2}_{\text{Kontrollera genom att utveckla kvadraten.}}$$

Eftersom $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$

så måste

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad !$$

Så snyggt så man nästan börjar gråta.

"Dessvärre" är det ingen originalide.