

Alt 1: Derivata!

Vi bestämmer minsta värdet till

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \quad \text{då } x > 0$$

och hoppas att det blir minst 2. I så

fall följer ju att $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

—

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0$$

\Leftrightarrow

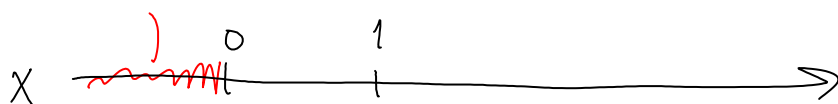
$$x^2 = 1$$

\Leftrightarrow

$$x = \pm 1$$

Teckenstudie

omtvänt



f' - 0 +

~

f ↘ ↗

$$f(1) = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

Alltså är $f(x)$'s minsta värde 2. Klart!

Alt 2: Fiffing kvadratkomplettering

$$x + \frac{1}{x} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 + 2$$

kontrollera genom att utveckla kvadraten.

$$\text{Eftersom } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \geq 0$$

så måste

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad !$$

Så snyggt så man nästan börjar gråta.

"Dessvärre" är det ingen originslide.