

$$f(x) = \frac{ax}{2x+3} \quad . \quad \text{Bestäm } a \text{ så att}$$

$$f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f\left(\frac{ax}{2x+3}\right) = \frac{a \cdot \frac{ax}{2x+3}}{2 \cdot \frac{ax}{2x+3} + 3} =$$

$$\left(\text{obs } f\left(\frac{\quad}{\quad}\right) = \frac{a \cdot \boxed{\quad}}{2 \cdot \boxed{\quad} + 3} \right)$$

$$\frac{\frac{a^2x}{2x+3}}{\frac{2ax}{2x+3} + \frac{3 \cdot (2x+3)}{2x+3}} = \frac{\frac{a^2x}{2x+3}}{\frac{2ax+6x+9}{2x+3}} =$$

$$= \frac{a^2x}{2x+3} \cdot \frac{2x+3}{2ax+6x+9} = \frac{a^2x}{2ax+6x+9}$$

Detta ska nu bli x , dvs

$$\frac{a^2x}{2ax+6x+9} = x \Leftrightarrow a^2x = x \cdot (2ax+6x+9) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2x = 2ax^2 + 6x^2 + 9x$$

$$\Leftrightarrow a^2x = (2a+6)x^2 + 9x$$

Ska dessa uttryck vara lika (för alla x)
så måste koefficienterna framför x och
 x^2 bli lika, alltså

$$\begin{cases} 2a+6 = 0 \\ a^2 = 9 \end{cases}$$

Man ser snabbt att $a = -3$ duger och
att det är enda möjligheten.