Några feta resultat av Gauss och ett mindre fett som har hans namn

Roger Bengtsson

Spyken, Lund

2 september 2012

Gausselimination

1. Gausselimination är en central teknik som används för att på ett systematiskt sätt lösa linjära ekvationssystem.

Gausselimination

1. Gausselimination är en central teknik som används för att på ett systematiskt sätt lösa linjära ekvationssystem.
2. Metoden härrör inte från Gauss utan var känd för ett par tusen år sedan, åtminstone i Kina.

Gausselimination

1. Gausselimination är en central teknik som används för att på ett systematiskt sätt lösa linjära ekvationssystem.
2. Metoden härrör inte från Gauss utan var känd för ett par tusen år sedan, åtminstone i Kina.
3. Även om metoden är användbar, är den egentligen för "sketen" för att knytas till Gauss namn.

Gausselimination

1. Gausselimination är en central teknik som används för att på ett systematiskt sätt lösa linjära ekvationssystem.
2. Metoden härrör inte från Gauss utan var känd för ett par tusen år sedan, åtminstone i Kina.
3. Även om metoden är användbar, är den egentligen för "sketen" för att knytas till Gauss namn.
4. Följande resultat är det lite mer tryck i (och de kommer verkligen från Gauss)!

Algebrans fundamentalsats

1. Gauss visade i sin doktorsavhandling 1799 att varje polynom, med komplexa koefficienter, har minst ett nollställe bland de komplexa talen.

Algebrans fundamentalsats

1. Gauss visade i sin doktorsavhandling 1799 att varje polynom, med komplexa koefficienter, har minst ett nollställe bland de komplexa talen.
2. Med andra ord, givet ett polynom

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0$$

där $a_i \in \mathbb{C}$ finns $w \in \mathbb{C}$ sådant att $p(w) = 0$.

Algebrans fundamentalsats

1. Gauss visade i sin doktorsavhandling 1799 att varje polynom, med komplexa koefficienter, har minst ett nollställe bland de komplexa talen.
2. Med andra ord, givet ett polynom

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0$$

   där $a_i \in \mathbb{C}$ finns $w \in \mathbb{C}$ sådant att $p(w) = 0$.
3. T.ex. har ekvationen $z^{34} + 3z^{13} + 4z^4 - 5z^3 + z - 3 = 0$ minst en lösning. I själva verket har ekvationen 34 lösningar!

1. De gamla grekerna gjorde sina geometriska konstruktioner med hjälp av passare och ograderad linjal. En sysselsättning var att konstruera regelbundna månghörningar.

Konstruktion av regelbunden 17-hörning

1. De gamla grekerna gjorde sina geometriska konstruktioner med hjälp av passare och ograderad linjal. En sysselsättning var att konstruera regelbundna månghörningar.
2. Grekerna kunde göra regelbunden 3-hörning (triangel), 4-hörning (kvadrat), 5-hörning (pentagon) men på t.ex. 7-hörningen och 11-hörningen gick de bet (man kan inse att de kritiska figurerna är "primtalshörningar" och fyrhörning).

Konstruktion av regelbunden 17-hörning

1. De gamla grekerna gjorde sina geometriska konstruktioner med hjälp av passare och ograderad linjal. En sysselsättning var att konstruera regelbundna månghörningar.
2. Grekerna kunde göra regelbunden 3-hörning (triangel), 4-hörning (kvadrat), 5-hörning (pentagon) men på t.ex. 7-hörningen och 11-hörningen gick de bet (man kan inse att de kritiska figurerna är "primtalshörningar" och fyrhörning).
3. Gauss redde ut precis vilka regelbundna månghörningar som kan konstrueras och i princip också och hur man gör. Det visade sig att 7- och 11-hörningarna är omöjliga medan man t.ex kan konstruera en 17-hörning (och en 257-hörning och en 65537-hörning).

1. Theorema Egregium betyder ”det märkvärdiga teoremet”, och namnet antyder dess betydelse. Påståendet, som Gauss visade, är ungefär:

Theorema Egregium

1. Theorema Egregium betyder ”det märkvärdiga teoremet”, och namnet antyder dess betydelse. Påståendet, som Gauss visade, är ungefär:
2. Om man deformerar en yta så att avstånd och vinklar INTE förändras, så ändras inte heller (Gauss)krökningen.

Theorema Egregium

1. Theorema Egregium betyder "det märkvärdiga teoremet", och namnet antyder dess betydelse. Påståendet, som Gauss visade, är ungefär:
2. Om man deformerar en yta så att avstånd och vinklar INTE förändras, så ändras inte heller (Gauss)krökningen.
3. En konsekvens av detta är att man omöjligen kan göra en korrekt plan karta av jordklotet (vinklar eller avstånd "förstörs").

Theorema Egregium

1. Theorema Egregium betyder "det märkvärdiga teoremet", och namnet antyder dess betydelse. Påståendet, som Gauss visade, är ungefär:
2. Om man deformerar en yta så att avstånd och vinklar INTE förändras, så ändras inte heller (Gauss)krökningen.
3. En konsekvens av detta är att man omöjligen kan göra en korrekt plan karta av jordklotet (vinklar eller avstånd "förstörs").
4. En annan konsekvens är att man äter pizzaslicar som man gör!

Kvadratisk reciprocitet

1. Gauss ska ha kallat detta resultat för ”det gyllene teoremet” och han publicerade flera bevis.

Kvadratisk reciprocitet

1. Gauss ska ha kallat detta resultat för "det gyllene teoremet" och han publicerade flera bevis.
2. Vi får nöja oss med ett exempel för att illustrera. Utgå från ett primtal p som ger resten 1 vid division med 4, säg $p = 5$, och låt q vara ett godtyckligt primtal, säg $q = 41$.

Kvadratisk reciprocitet

1. Gauss ska ha kallat detta resultat för ”det gyllene teoremet” och han publicerade flera bevis.
2. Vi får nöja oss med ett exempel för att illustrera. Utgå från ett primtal p som ger resten 1 vid division med 4, säg $p = 5$, och låt q vara ett godtyckligt primtal, säg $q = 41$.
3. Finns det något kvadrattal n^2 sådant att $n^2 - 5$ är delbart med 41? Ja, precis om det finns ett kvadrattal m^2 sådant att $m^2 - 41$ är delbart med 5.

Kvadratisk reciprocitet

1. Gauss ska ha kallat detta resultat för "det gyllene teoremet" och han publicerade flera bevis.
2. Vi får nöja oss med ett exempel för att illustrera. Utgå från ett primtal p som ger resten 1 vid division med 4, säg $p = 5$, och låt q vara ett godtyckligt primtal, säg $q = 41$.
3. Finns det något kvadrattal n^2 sådant att $n^2 - 5$ är delbart med 41? Ja, precis om det finns ett kvadrattal m^2 sådant att $m^2 - 41$ är delbart med 5.
4. Eftersom $m = 4$ duger ($4^2 - 41 = -25$) så finns n. Kan ni se vilket tal n kan vara?

Carl Friedrich Gauss, 1777-1855